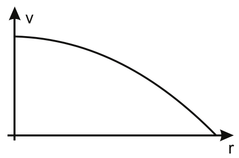
| Professor: Alfredo Castelo | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| A | B | A | D | A |
| **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| E | B | E | B | E |
| **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
| A | B | B | B | C |

## COMENTÁRIOS

1. Considerando K e R como constantes, conclui-se que $v = v(r) = k(R^2 - r^2)$ é uma função do segundo grau na incógnita $r(0 \leq r \leq R)$ e que seu gráfico é uma parábola de concavidade para baixo.
Esta função pode ser representada pelo gráfico:




2. Sabendo-se que ângulos suplementares têm cossenos simétricos, concluímos que:
$$f(1)+f(3)+f(5)+f(7) = 4\cdot 180 - 54\cdot\left(\cos 0 + \cos\frac{\pi}{3} + \cos\frac{2\pi}{3} + \cos\pi\right)$$
$$= 720.$$

3. Têm-se que os totais transferidos, em milhões, por cada um dos bancos foram:
$$\sum_{j=1}^{5} a_{1j} = 0+2+0+2+2 = 6,$$
$$\sum_{j=1}^{5} a_{2j} = 0+0+2+1+0 = 3,$$
$$\sum_{j=1}^{5} a_{3j} = 1+2+0+1+1 = 5,$$
$$\sum_{j=1}^{5} a_{4j} = 0+2+2+0+0 = 4$$
e
$$\sum_{j=1}^{5} a_{5j} = 3+0+1+1+0 = 5.$$
Portanto, é fácil ver que a resposta é o banco 1.

4. Têm-se que:
$$\sum_{j=1}^{5} a_{1j} = 6+9+9+9+8 = 41,$$
$$\sum_{j=1}^{5} a_{2j} = 9+6+7+8+10 = 40,$$
$$\sum_{j=1}^{5} a_{3j} = 7+10+10+7+10 = 44,$$
$$\sum_{j=1}^{5} a_{4j} = 8+8+10+10+9 = 45$$
e
$$\sum_{j=1}^{5} a_{5j} = 8+8+8+9+9 = 42.$$
Em consequência, o aparelho que a empresa avaliou como sendo o melhor é o $T_4$.

5. Para solucionar esta questão, devemos considerar apenas as variações nos meses correspondentes nos dois anos, ou seja, janeiro e janeiro, fevereiro e fevereiro, ..., assim por diante.
Portanto, devemos somar os elementos da diagonal principal.
14 + 15 + 7 + 8 + (–1) + 6 = 49.

6. A equação da reta que passa pelos pontos (0, 0) e (4, 9) é $y = \frac{9}{4}x$, isto é, $9x - 4y = 0$. Ademais, a equação da reta que passa pelos pontos (0, 0) e (8, 3) é $y = \frac{3}{8}x$, ou seja, $3x - 8y = 0$. Portanto, é fácil ver que a região S é limitada pelas desigualdades $9x - 4y \geq 0$, $3x - 8y \leq 0$, $x \leq 8$ e $y \leq 9$.

7. Sem perda de generalidade, tomemos A = (0, 0) e B = (30, 0). Ademais, se P = (x, y) é a posição de um bombeiro qualquer, então
$$d(A, P) = 2\cdot d(B, P) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 2\sqrt{(x-30)^2+y^2}$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2 = 4(x-30)^2+4y^2$$
$$\Leftrightarrow (x-40)^2+y^2 = 20^2.$$
Portanto, um bombeiro qualquer deve estar sobre uma circunferência de centro em (40, 0) e raio 20 m.
A maior distância entre dois bombeiros ocorre quando ambos estão em extremidades distintas de um mesmo diâmetro, ou seja, 40 m.

8. Sejam A = (3, 1) o ponto em que está instalada a câmera 1 e B = (2, 4) o ponto em que está instalada a câmera 2. O ponto médio, M, do segmento AB é dado por $M = \left(\frac{3+2}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$.
Ademais, o coeficiente angular da reta $\overline{AB}$ é igual a $\frac{4-1}{2-3} = -3$.
Portanto, sabendo que o lugar geométrico dos pontos equidistantes de A e de B é a mediatriz do segmento AB, podemos concluir que sua equação é $y - \frac{5}{2} = -\frac{1}{-3}\left(x - \frac{5}{2}\right) \to y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \to 3y - x - 5 = 0.$
A resposta é, assim, a relação R5.

9. Seja **v**, com $v \geq 0$, o volume de água em cada reservatório. Logo, como $h_1 = \frac{1}{\pi R^2}\cdot v$ e $h_2 = \frac{1}{4R^2}\cdot v$, segue que $h_1$ e $h_2$ são diretamente proporcionais a **v** e, portanto, seus gráficos são semirretas crescentes partindo da origem do sistema de eixos cartesianos. Ademais, sendo $\pi < 4$, temos $\frac{1}{\pi R^2} > \frac{1}{4R^2}$. Em consequência, podemos afirmar que $h_1 \geq h_2$ para todo $v \geq 0$.

10. Sabendo que $1\ m^3 = 1\,000$ L, temos $y = 1\,000x$, com **x** sendo o número de metros cúbicos e **y** o número de litros correspondente. O aluno V exibiu o melhor gráfico.

11. $f = \frac{A}{r^B} \Leftrightarrow \log f = \log\frac{A}{r^B}$
Tem-se que $\Leftrightarrow \log f = \log(A) - \log r^B$
$\Leftrightarrow Y = \log(A) - B\cdot\log r$
$\Leftrightarrow Y = \log(A) - B\cdot X.$

12. Pontos de interseção:
$$4 + \log_2(x+1) = \frac{3x+28}{7}$$
$$\log_2(x+1) = \frac{3x+28}{7} - 4$$
$$\log_2(x+1) = \frac{3x}{7}$$
$$2^{\frac{3x}{7}} = x+1$$
Por inspeção, obtemos: x = 0 e x = 7.
Portanto, a região em que f(x) > g(x) é dada por: $\{x \in R / 0 < x < 7\}$

13. O número de lados de cada polígono cresce segundo a progressão aritmética (4, 6, 8, ..., 2n + 2, ...).
Queremos calcular $a_{100}$. Logo, temos
$$\begin{aligned} a_{100} &= 2 \cdot 100 + 2 \\ &= 202. \end{aligned}$$

14. As medidas dos quinze segmentos constituem uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 5 e razão 0,8. Portanto, segue que a resposta é
$$\begin{aligned} C &= 5 \cdot \frac{(0,8)^{15} - 1}{0,8 - 1} \\ &= 5 \cdot \frac{(0,8)^{15} - 1}{-0,2} \\ &= -25 \cdot [(0,8)^{15} - 1]. \end{aligned}$$

15. Sejam os conjuntos A = {4, 8, 12, ..., 100} e B = {4, 14, 24, ..., 94}. Queremos calcular $n(A \cup B)$. Logo, como $A \cap B$ = {4, 24, 44, 64, 84}, temos
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= \frac{100}{4} + 10 - 5 \\ &= 30. \end{aligned}$$

FAB/DSL