Professor: Klaiton Barbosa (Frente 4)				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
B	C	A	C	C
6	**7**	**8**	**9**	**10**
A	B	A	C	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	D	C	C	E

COMENTÁRIOS

1. Considerando os dois testes defeituosos como um só, tem-se que o número de casos favoráveis corresponde ao número de permutações de 9 objetos, com oito destes objetos repetidos (testes sem defeito), ou seja, $P_9^{(8)} = \frac{9!}{8!} = 9.$

   Por outro lado, o número de casos possíveis é igual a $P_{10}^{(2,\,8)} = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = 45.$

   A resposta é $\frac{9}{45} \cdot 100\% = 20\%.$

2. O número de casos favoráveis a João é $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10.$

   Por outro lado, o número de casos possíveis é igual a $\binom{n}{2} = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} = \frac{n^2 - n}{2}.$

   A resposta é $\frac{10}{\frac{n^2-n}{2}} = \frac{20}{n^2 - n}.$

3. Temos um total de 480 (320 + 160) pessoas com resultado positivo, mas, destas, 160 são saudáveis, portanto, a probabilidade pedida será dada por $P = \frac{160}{480} = \frac{1}{3}.$

4. Total de alunos:
   53 + 37 + 30 = 120

   Logo, é possível formar 60 duplas desconsiderando as restrições.

   Quantidade de duplas que podem ser formadas que não têm algum aluno do terceiro ano: 60 – 30 = 30

   Portanto, a probabilidade pedida vale: $P = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

5. Vamos calcular, inicialmente, cada uma das áreas:

   $A_1 = \pi \cdot 1^2 = \pi$

   $A_2 = \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 3\pi$

   $A_3 = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2 = 5\pi$

   $A_4 = \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 3^2 = 7\pi$

   Portanto:

   $P_1 = \frac{\pi}{16^2}$

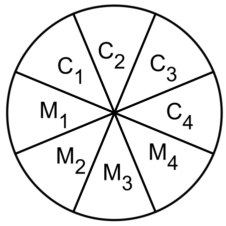
   $P_2 = \frac{3\pi}{16^2}$

   $P_3 = \frac{5\pi}{16^2}$

   $P_4 = \frac{7\pi}{16^2}$

   Observando as probabilidades, concluímos que a probabilidade de um jogador que está a 16 m de distância do alvo acertar a área A_4 é sete vezes a probabilidade de acertar a área A_1.

6. Considere a figura, em que C_i e M_i denotam, respectivamente, fatias de calabresa e mozarela.



   Existem $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ modos de escolher duas fatias de calabresa e $\binom{4}{1} = 4$ maneiras de escolher uma fatia de mozarela. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que existem 6 · 4 = 24 modos de retirar duas fatias de calabresa e uma fatia de mozarela.
   Por outro lado, os casos favoráveis são $M_1C_1C_2$ e $M_4C_4C_3$.
   A resposta é $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}.$

7. Número de meninas: $\frac{60}{100} \cdot 125 = 75$ meninas.

   Número de meninos: 125 – 75 = 50.
   Alunos que tiraram 7: $0{,}8 \cdot 50 + 0{,}4 \cdot 75 = 40 + 30 = 70.$
   Alunos que tiraram nota 5: $\frac{1}{5} \cdot 125 = 25.$

   Alunos que tiraram nota 8: $\frac{2}{3} \cdot 30 = 20.$

   Alunos que tiraram nota 10: $125 - 70 - 25 - 20 = 10.$

   Calculando, agora, a média aritmética ponderada, obtemos:
   $\frac{70 \cdot 7 + 25 \cdot 5 + 20 \cdot 8 + 10 \cdot 10}{125} = 7$
   Logo, 6,8 < 7 < 7,2.

8. Considere a tabela.

x_i (cm)	f_i	f_{ac}	x_if_i
4	1	1	4
5	6	7	30
6	9	16	54
7	8	24	56
8	1	25	8
	$\sum f_i = 25$		$\sum x_if_i = 152$

   Como o número de observações é ímpar, segue que a mediana é o dado de ordem $\frac{25+1}{2} = 13.$ Logo, por meio da frequência acumulada, é fácil ver que a mediana é 6 cm.

   Por outro lado, a média é igual a $\frac{\sum x_if_i}{\sum f_i} = \frac{152}{25} = 6{,}080\,\text{cm}.$

   Após retirarmos os extremos, obtemos a tabela abaixo.

y_i (cm)	f_i	f_{ac}	x_if_i
5	6	6	30
6	9	15	54
7	8	23	56
	$\sum f_i = 23$		$\sum y_if_i = 140$

   Se o número de termos permaneceu ímpar e os extremos foram retirados, então a mediana não se alterou.

   Ademais, a nova média é $\frac{\sum y_if_i}{\sum f_i} = \frac{140}{23} \cong 6{,}087\,\text{cm},$

   ou seja, a média aumentou.
   A moda em ambas as distribuições é 6 cm.

9. Supondo que todos receberão o valor mínimo predefinido, resta calcular de quantas maneiras é possível distribuir 9 mil reais entre os quatro empregados.
Esse resultado corresponde ao número de soluções inteiras e não negativas da equação x + y + z + w = 9.
A resposta é

$$CR_{4,9} = \binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \cdot 3!} = 220.$$

10. Existem 5! = 120 modos de ordenar os gêneros.
O número de maneiras de arranjar 5 músicas em cada gênero é dado por $A_{10,5} = \frac{10!}{5!} = 30\,240.$
Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $120 \cdot 30\,240^5$.

11. A fim de cumprir a condição de menor caminho, deverão ocorrer apenas deslocamentos de oeste para leste e de sul para norte.
Desse modo, existem $P_6^{(3,3)} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$ caminhos de A para C e $P_6^{(4,2)} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$ caminhos de C para B.
Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $20 \cdot 15 = 300$.

12. Em primeiro lugar, vamos determinar o número de possibilidades em que figuram os algarismos 4, 6 e um dos oito algarismos restantes. O número de tentativas possíveis nessas condições é $8 \cdot P_3 = 8 \cdot 3! = 48$.
Agora, supondo que, além dos algarismos 4 e 6, a pessoa escolha, para o terceiro algarismo, um, dentre os algarismos 4 e 6, teremos $2 \cdot P_3^{(2)} = 2 \cdot \frac{3!}{2!} = 6$ possibilidades.
Portanto, pelo Princípio Aditivo, segue que o número total de possibilidades é 48 + 6 = 54 e, assim, a resposta é 1 em 54.

13. Queremos calcular a probabilidade de o atleta ganhar duas ou três provas.
Se a probabilidade de sucesso é $\frac{2}{3}$, então a probabilidade de fracasso é $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Portanto, tem-se que a resposta é

$$\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 3 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} + \frac{8}{27} = \frac{20}{27}.$$

14. Se 59 das 150 camisetas eram lisas, então 150 – 59 = 91 eram estampadas.
Se 67 das 100 camisetas estampadas eram tamanho P, então 100 – 67 = 33 eram lisas. Ademais, se o lote tinha 150 camisetas e 100 eram tamanho P, então 150 – 100 = 50 eram tamanho M. Portanto, dentre as camisetas tamanho M, 91 – 67 = 24 eram estampadas e 50 – 24 = 26 eram lisas.
Queremos calcular a probabilidade condicional P(estampada | tamanho M).
A resposta é

$$P(\text{estampada} \mid \text{tamanho M}) = \frac{24}{50} \cdot 100\% = 48\%.$$

15. Desde que os caminhos possíveis são ACF, ABCF e ABDF, podemos concluir que a resposta é
$0,2 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,3 = 0,384$

FAB/DSL