Professor: Paulo André				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
B	A	D	A	A
6	**7**	**8**	**9**	**10**
A	B	C	B	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	E	C	A	E

COMENTÁRIOS

1. Para que a equação represente uma circunferência, o termo **xy** deve ser nulo. Logo: b = 0.
Também temos que:
$$2x^2 + ay^2 - 4x + 8y + c = 0$$
$$2\left(x^2 - 2x + 1\right) + a\left(y^2 + \frac{8}{a}y + \frac{16}{a^2}\right) = 2 + \frac{16}{a} - c$$
$$2(x-1)^2 + a\left(y + \frac{4}{a}\right)^2 = 2 + \frac{16}{a} - c$$
$$(x-1)^2 + \frac{a}{2}\left(y + \frac{4}{a}\right)^2 = \left(\sqrt{1 + \frac{8}{a} - \frac{c}{2}}\right)^2$$
Outra condição para que a equação represente uma circunferência é que: a = 2.
Dessa forma:
$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = \left(\sqrt{5 - \frac{c}{2}}\right)^2$$
Como o raio vale 3, devemos ter:
$$\sqrt{5 - \frac{c}{2}} = 3 \Rightarrow -\frac{c}{2} = 9 - 5 \Rightarrow c = -8$$
Portanto:
a + b + c = 2 + 0 – 8 = –6

2. Huguinho acertou, pois:
$$(1+\sqrt{3})^3 = 1^3 + 3\cdot 1^2\cdot\sqrt{3} + 3\cdot 1\cdot\sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^3 = 1 + 3\sqrt{3} + 9 + 3\sqrt{3} =$$
$$= 10 + 6\sqrt{3}$$
Zezinho acertou, pois:
$$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 = \sqrt{3+2\sqrt{2}}^2 - 2\cdot\sqrt{3+2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3-2\sqrt{2}} +$$
$$+ \sqrt{3-2\sqrt{2}}^2 = 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{\left(3+2\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-2\sqrt{2}\right)} + 3 - 2\sqrt{2} =$$
$$= 6 - 2\sqrt{9 - (2\sqrt{2})^2} = 4$$
Luizinho acertou, pois:
$$10^{2021} - 10^{2019} = 10^{2019}\cdot 10^2 - 10^{2019} = 10^{2019}\cdot\left(10^2 - 1\right) =$$
$$= 10^{2019}\cdot 99$$
Sabemos que 99 é múltiplo de 3, logo $10^{2021} - 10^{2019}$ também será múltiplo de 3.
Portanto, todos os três alunos acertaram.

3. $$\frac{x^3 - y^3}{x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3} = \frac{(x-y)\cdot(x^2 + x\cdot y + y^2)}{x^3 + y^3 + 2\cdot x\cdot y\cdot(x+y)} =$$
$$= \frac{(x-y)\cdot(x^2 + x\cdot y + y^2)}{(x+y)\cdot(x^2 - x\cdot y + y^2) + 2\cdot x\cdot y\cdot(x+y)} =$$
$$= \frac{(x-y)\cdot(x^2 + x\cdot y + y^2)}{(x+y)\cdot(x^2 - x\cdot y + y^2 + 2xy)} = \frac{x-y}{x+y} = \frac{21-20}{21+20} = \frac{1}{41}$$

4. O primeiro passo é determinar o valor de **i** para p = 30, temos:
$$30 = \frac{70\cdot i}{i + 12} \Rightarrow 70i = 30i + 360 \Rightarrow 40i = 360 \Rightarrow t = 9 \text{ anos.}$$
$1 \le i \le 9.$

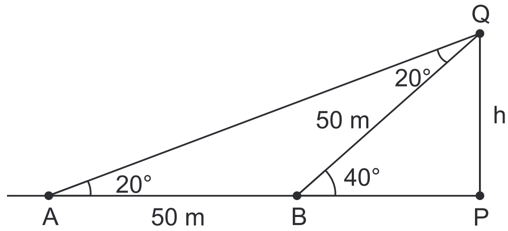
5. Queremos calcular o menor valor inteiro de **n** para o qual se tem
$$100000\left(1 + \frac{x}{100}\right)^n \ge 120000.$$
Portanto, segue que
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^n \ge 1{,}2 \Leftrightarrow \log_{1{,}2}\left(\frac{100+x}{100}\right)^n \ge \log_{1{,}2} 1{,}2$$
$$\Leftrightarrow n\log_{1{,}2}\left(\frac{100+x}{100}\right) \ge 1$$
$$\Leftrightarrow n \ge \frac{1}{\log_{1{,}2}\left(\frac{100+x}{100}\right)}.$$

6. O rendimento para cada aplicação, após um mês, será de:
Básica:
$$\frac{0{,}542}{100}\cdot \text{R\$ } 10\,000{,}00 - \text{R\$ } 0{,}30 = \text{R\$ } 53{,}90$$
Pessoal:
$$\frac{0{,}560}{100}\cdot \text{R\$ } 10\,000{,}00 - \frac{3{,}8}{100}\cdot\left(\frac{0{,}560}{100}\cdot \text{R\$ } 10\,000{,}00\right) = \text{R\$ } 53{,}87$$
Ou seja, a aplicação que fornecerá maior valor de rendimento líquido é a Básica, com rendimento líquido de R$ 53,90.

7. O primeiro pico ocorre em:
$$\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = -1$$
$$\frac{\pi}{6}t = \pi + 2\pi k,\ (k \in \mathbb{Z})$$
$$t = 6 + 12k$$
$$k = 0:$$
$$\therefore t = 6\text{min}$$

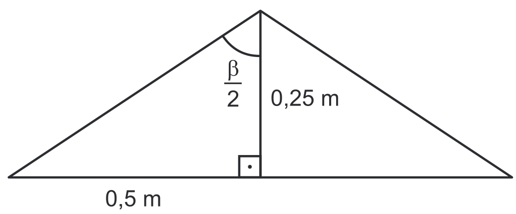
8. Sendo $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2} = 2$, podemos concluir que a resposta é
$$(ABCD) = \left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)\cdot 2$$
$$= 4\pi.$$

9. Como o ângulo de 40° é ângulo externo do triângulo externo ABQ, temos que o ângulo $\hat{Q}$ vale 40° – 20° = 20°. Sendo assim, o triângulo ABQ é isosceles e o lado $\overline{BQ}$ vale 50 m. Logo, pela figura abaixo, temos:



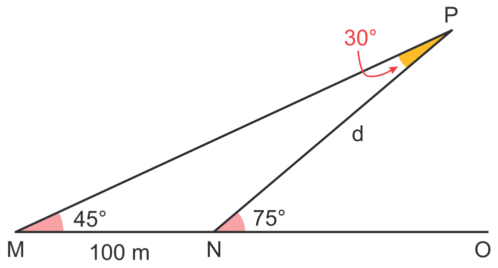
$$\text{sen}\,40° = \frac{h}{50} \Rightarrow 0{,}643 = \frac{h}{50} \therefore h = 32{,}15 \text{ m}$$

10. Do triângulo da figura abaixo, temos que:



$$\text{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{0{,}5}{0{,}25} = 2$$
$$\frac{\beta}{2} = 63{,}4° \therefore \beta = 126{,}8°$$

11. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte figura:



Utilizando o teorema do ângulo externo, temos:
$N\hat{P}N + 45° = 75° \Rightarrow N\hat{P}N = 30°$

Utilizando o teorema dos senos, obtemos:
$\frac{NP}{\text{sen}\,45°} = \frac{100}{\text{sen}\,30°} \Rightarrow \text{sen}\,30° \cdot NP = 100 \cdot \text{sen}\,45° \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot NP = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow NP = 100\sqrt{2}\text{ m}$

12. Quantidade de sistemas instalados em 2019:
$\frac{5}{9} \cdot 171\,\text{mil} = 95\,\text{mil}$

De 2019 a 2022, se passarão 3 anos, e, dado que o número de sistemas instalados triplica a cada ano, a quantidade de instalações previstas para 2022 é:
$3^3 \cdot 95$ mil

Portanto, a razão entre o número de novas instalações previstas para o ano de 2022 e o número de sistemas instalados até o final de 2019 equivale a:
$\frac{3^3 \cdot 95\,\text{mil}}{171\,\text{mil}} = 15$

13. Sejam **m**, **j** e **t** respectivamente, o peso em Marte, o peso em Júpiter e o peso na Terra. Logo, se t = 100 kg, então o resultado pedido é

$$\begin{aligned} j - m &= \frac{26}{10}t - \frac{4}{10}t \\ &= \frac{11}{5} \cdot 100 \\ &= 220\,\text{kg}. \end{aligned}$$

14. Tem-se que
$104 + x + 8 = 123 \Leftrightarrow x = 11$ e $170 + y + 15 = 201 \Leftrightarrow y = 16$.
Portanto, a resposta é
$\frac{11}{16} \cdot 100\% = 68{,}75\%.$

15. Seja [x] o maior inteiro menor do que ou igual a **x**.
Pelo Princípio das Gavetas de Dirichlet, haverá pelo menos
$\left[\frac{64-1}{32}\right] + 1 = [1{,}96875] + 1 = 1 + 1 = 2$
partidas do torneio que ocorrerão no mesmo dia.

FAB/DSL