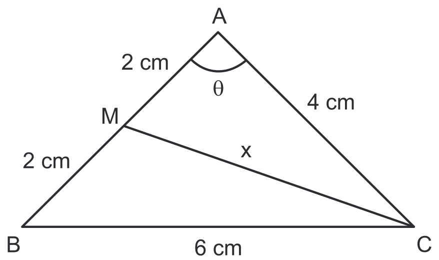
Professor: Alfredo Castelo									
01	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
D	A	D	C	B	A	D	A	D	D

1. Temos a seguinte situação:



Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, vem:

$$6^2 = 4^2 + 4^2 - 2\cdot 4\cdot 4\cos\theta$$
$$36 = 32 - 32\cos\theta$$
$$\cos\theta = -\frac{1}{8}$$

Aplicando agora a lei dos cossenos no triângulo AMC, obtemos:

$$x^2 = 2^2 + 4^2 - 2\cdot 2\cdot 4\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)$$
$$x^2 = 20 + 2$$
$$\therefore x = \sqrt{22}\text{ cm}$$

2. Sejam $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$, respectivamente, os ângulos internos do triângulo, opostos aos lados de medidas **a**, **b** e **c**. Logo, sabendo que aos maiores lados de um triângulo opõem-se os maiores ângulos, temos $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$. Ademais, como $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$ estão em progressão aritmética, podemos escrever $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}) = (\hat{B} - r, \hat{B}, \hat{B} + r)$, em que $r > 0$ é a razão da progressão aritmética. Desde que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º, vem $\hat{B} - r + \hat{B} + \hat{B} + r = 180° \Leftrightarrow \hat{B} = 60°$.

Finalmente, pela Lei dos Cossenos, temos

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\cos\hat{B} \Leftrightarrow b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow b^2 + ac = a^2 + c^2.$$

3. Tem-se que

$$M^2 = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= I.$$

Desse modo, vem $M^n = \begin{cases} M, \text{ se } \mathbf{n} \text{ for ímpar} \\ I, \text{ se } \mathbf{n} \text{ for par} \end{cases}$.

Em consequência, podemos afirmar que $M^{2\,021} = M$ e, portanto, temos

$$\det M^{2\,021} = \begin{vmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{vmatrix}$$
$$= -\frac{9}{25} - \frac{16}{25}$$
$$= -1.$$

4. É imediato que $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ e $g^{-1}(g) = \log_2 x$. Logo, temos

$$f^{-1}(4) = \sqrt{4}$$
$$= 2$$
$$= 2\cdot\log_2 2$$
$$= \log_2 2^2$$
$$= g^{-1}(4).$$

5. O ponto $(-4\ f(4))$ é simétrico do ponto (6, 10) em relação ao ponto $(a, f(1))$.
Considerando a simetria do gráfico da função quadrática, podemos afirmar que $f(-4) = f(6) = 10$.

6. Tem-se que

$$\det M = -4 \Leftrightarrow 1 + 6x + 6y - 9 - 2y - 2x = -4$$
$$\Leftrightarrow x + y - 1 = 0.$$

A resposta é

$$\frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ u.c.}$$

7. Completando os quadrados, temos $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y - 5)^5 = 25$. Logo, a curva é uma circunferência de raio 5 e centro em (5, 5). Ademais, como P pertence à circunferência, segue que a equação pedida é $y - 8 = -\frac{9-5}{8-5}\cdot(x - 9) \Leftrightarrow 4x + 3y - 60 = 0$.

8. Considerando a P.G. (4, **s**, 36), podemos escrever que: $s^2 = 4\cdot 36 \Rightarrow s^2 = 144 \Rightarrow s = \pm 12$.

Considerando que $s > 0$, temos: $s = 12$.

Considerando a P.A. (**r**, 4, **s**), podemos escrever que:

$$4 = \frac{r+s}{2} \Rightarrow 4 = \frac{r+12}{2} \Rightarrow r = -4.$$

Portanto: $rs = -4\cdot 12 = -48$.

9. $A \cup C = \left\{x \in \mathbb{R}; \frac{5}{8} \le x \le \frac{3}{4}\right\}$ e $(A \cup C) \cap C = \left\{x \in \mathbb{R}; \frac{5}{8} \le x \le \frac{2}{3}\right\}$

10. $\begin{cases} 2\log_2 x + \log_2 y = 5 \\ \log_2 x + 3\log_2 y = 10 \end{cases}$

Multiplicando-se a primeira equação por −3 e somando com a segunda, temos:
$-5\log_2 x = -5 \Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow x = 2$ e $y = 8$, ou seja, uma solução será o par ordenado (2, 8), portanto, $a^b = 2^8 = 256$.

OAO/Rev.: DSL