



Professor: THIAGO PACÍFICO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	C	D	B	A	A	D	D	A	D

01. Tem-se que

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_8 &= \log 2^1 + \log 2^2 + \dots + \log 2^8 \\ &= \log 2 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 2^8 \\ &= \log 2^{1+2+\dots+8} \\ &= \log 2^{\left(\frac{1+8}{2}\right)8} \\ &= \log 2^{9 \cdot 4} \\ &= \log (2^4)^9 \\ &= 9 \log (2^4) \\ &= 9 \times 4. \end{aligned}$$

02. Do enunciado, $\underbrace{3}_{1,3,5} \cdot \underbrace{4}_{3} \cdot \underbrace{3}_{2} \cdot \underbrace{2}_{1}$

Pelo princípio multiplicativo, há $3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 72$ números começados por 1 ou por 3 ou por 5. Números começados por 6:

61 357
61 375
61 537
61 573

Assim, há $72 + 3 = 75$ números menores do que 61 573.

03. Do enunciado,

$$\begin{aligned} \frac{\binom{n}{1} + \binom{n}{3}}{2} &= \binom{n}{2} \\ n + \frac{n!}{3! \cdot (n-3)!} &= 2 \cdot \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} \\ n + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} &= n \cdot (n-1) \\ 6n + n \cdot (n^2 - 3n + 2) &= 6n \cdot (n-1) \\ n \cdot (6 + n^2 - 3n + 2) &= 6n \cdot (n-1) \\ 6 + n^2 - 3n + 2 &= 6n - 6 \\ n^2 - 9n + 14 &= 0 \\ n = 2 \text{ ou } n = 7 \end{aligned}$$

Como $n > 3$, $n = 7$.

04. O resultado é dado por $\binom{12}{2} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = 66$.

05. Existem $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4\,500$ números naturais pares de quatro algarismos distintos ou não. Portanto, como há $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ pares com algarismos distintos que terminam em zero, e $8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4 = 1\,792$ pares com algarismos distintos que não terminam em zero, podemos concluir que a resposta é $4\,500 - 504 - 1\,792 = 2\,204$.

06. O número de comissões que podem ser formadas, independentemente do sexo de seus participantes, é $\binom{36}{3} = \frac{36!}{3! \cdot 33!} = 7\,140$. Desse total, devemos descontar o número de comissões cujos membros são todos homens e o número de comissões cujos membros são todos mulheres. O número de comissões formadas exclusivamente por mulheres é igual a $\binom{22}{3} = \frac{22!}{3! \cdot 19!} = 1\,540$.

O número de comissões formadas apenas por homens é $\binom{14}{3} = \frac{14!}{3! \cdot 11!} = 364$.

Portanto, o resultado pedido é igual a $7\,140 - 1\,540 - 364 = 5\,236$.

07. Número de combinações do total de pontos três a três: $C_{16,3} = \frac{16!}{3!(16-3)!} = 560$

Número de combinações dos 10 pontos de uma reta três a três: $C_{10,3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$

Número de combinações dos 6 pontos da outra reta três a três: $C_{6,3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20$

Portanto, o total de triângulos será dado por: $560 - 120 - 20 = 420$.

08. A raiz de $q(x)$ é dada por:

$$\begin{aligned} x - 2^{0,2} &= 0 \\ x &= 2^{0,2} \end{aligned}$$

Sendo r o resto pedido, temos:

$$\begin{aligned} r &= p(2^{0,2}) \\ r &= (2^{0,2})^{10} - 1 \\ r &= 2^2 - 1 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

09. Do enunciado, temos:

$$\begin{aligned} p(x) &= a \cdot (x+3) \cdot (x-1) \cdot (x-2), a \neq 0 \\ p(3) &= 24, \\ 24 &= a \cdot (3+3) \cdot (3-1) \cdot (3-2) \\ 24 &= 12a \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned} p(x) &= 2 \cdot (x+3) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \\ p(0) &= 2 \cdot (0+3) \cdot (0-1) \cdot (0-2) \\ p(0) &= 12 \end{aligned}$$

10. Calculando: $2x^3 - 3x^2 - 72x - 35 = 0$

$$\text{Relações de Girard} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{(-3)}{2}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + x_2 + x_3 = \frac{3}{2} \Rightarrow x_2 + x_3 = \frac{4}{2} = 2$$