



Professor: Klaiton Barbosa									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	C	E	B	D	C	B	D	D

1. Sejam F_3 e F_4 , respectivamente, o número de faces triangulares e o número de faces quadrangulares. Logo, como $F_3 = 4F_4$, temos

$$2A = 3F_3 + 4F_4 \Leftrightarrow 2A = 3 \cdot 4F_4 + 4F_4$$

$$\Leftrightarrow A = 8F_4,$$

em que A é o número de arestas.

Ademais, se F é o número total de faces, então

$$F = F_3 + F_4 = 4F_4 + F_4 = 5F_4.$$

Portanto, pela Relação de Euler, temos

$$A + 2 = V + F \Leftrightarrow 8F_4 + 2 = 8 + 5F_4$$

$$\Leftrightarrow F_4 = 2.$$

A resposta é $A = 8 \cdot 2 = 16$

2. Ângulo central de cada arco de circunferência (em rad):

$$\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

Raio da circunferência:

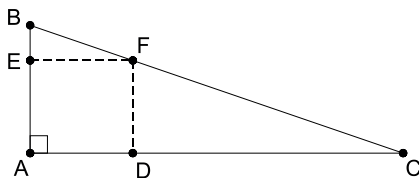
$$\theta = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{62,8}{R} \Rightarrow R = \frac{4 \cdot 62,8}{3,14}$$

$R = 80$ cm

Sendo assim, a menor medida L do lado da placa quadrada deve ser igual ao dobro do raio da circunferência. Ou seja:

$$L = 160 \text{ cm.}$$

3. Considere a figura, em que $\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{AC} = 35$ cm e $\overline{AE} = x$ cm.



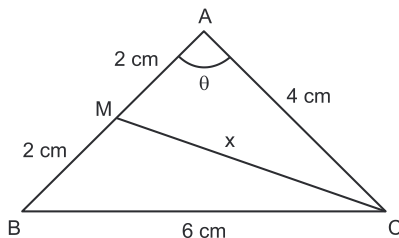
Os triângulos ABC e EBF são semelhantes por AA. Logo, temos

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{12 - x}{12} = \frac{x}{35}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{420}{47} \text{ cm.}$$

Portanto, como $\frac{420}{47} \cong 8,9$, segue que a medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de 9 cm.

4. Temos a seguinte situação:



Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, vem:

$$6^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos \theta$$

$$36 = 32 - 32 \cos \theta$$

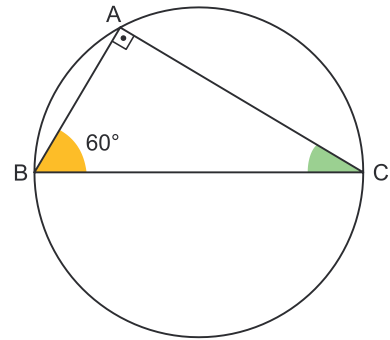
$$\cos \theta = -\frac{1}{8}$$

Aplicando agora a lei dos cossenos no triângulo AMC, obtemos:

$$x^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)$$

$$x^2 = 20 + 2 \therefore x = \sqrt{22} \text{ cm}$$

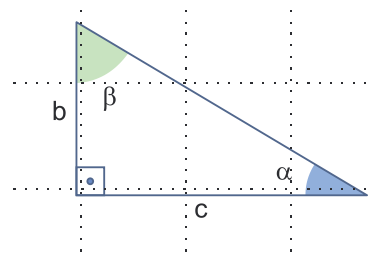
5. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte figura:



$$\widehat{BAC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

6. Considerando as informações do problema, temos o seguinte triângulo:



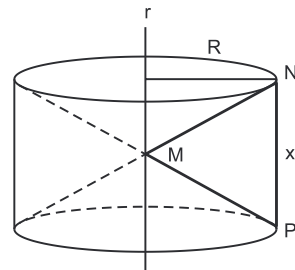
Logo,

$$P = \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta = \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

Portanto, a área de uma superfície esférica de raio $P = 1$ será dada por:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot P^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 4 \cdot \pi \text{ unidades de área.}$$

7. A figura formada seria equivalente a um cilindro menos dois cones, como na figura abaixo:



Raio da base do cilindro (igual à altura do triângulo equilátero):

$$R = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

Sendo assim, o volume do sólido gerado é dado por:

$$V = \pi \left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot x - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{x}{2}$$

$$V = \frac{3\pi x^3}{4} - \frac{\pi x^3}{4} \therefore V = \frac{\pi x^3}{2}$$



8. Devemos ter que:

$$A_{\text{bolas}} = A_{\ell_{\text{sup}}}$$

$$n \cdot 4\pi R^2 = 2\pi R H \therefore R = \frac{H}{2n}$$

9. A medida da aresta de cada cubo corresponde ao máximo divisor comum das dimensões do paralelepípedo, ou seja,

$$\begin{aligned} \text{mdc}(60, 24, 18) &= \text{mdc}(2^2 \cdot 3 \cdot 5, 2^3 \cdot 3, 2 \cdot 3^2) \\ &= 2 \cdot 3 \\ &= 6 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Em consequência, a resposta é

$$\frac{60}{6} \cdot \frac{24}{6} \cdot \frac{18}{6} = 120.$$

10. Do enunciado, obtemos:

$$\begin{cases} 12pqr = 4 \cdot 6 \cdot 10 \\ 2(pq + pr + qr) = 58 \\ pq = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} pqr = 20 & \text{(I)} \\ pq + pr + qr = 29 & \text{(II)} \\ pq = 20 & \text{(III)} \end{cases}$$

$$\text{(III)} \rightarrow \text{(I): } 20r = 20 \Rightarrow r = 1 \quad \text{(IV)}$$

$$\text{(III) e (IV)} \rightarrow \text{(II): } 20 + p + q = 29 \Rightarrow p + q = 9 \quad \text{(V)}$$

$$\text{(IV) + (V): } p + q + r = 10$$