AULA DE VÉSPERA – GABARITOS

Professor: Klaiton Barbosa									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	A	C	B	D	C	A	A	D

1. Sendo F e N, respectivamente, os números dos presentes que falam fluentemente inglês e dos que não falam, temos que:

$$\begin{cases} F = N - 12 \\ \dfrac{9,2F + 6,4N}{F + N} = 7,2 \end{cases}$$

$$\frac{9,2(N - 12) + 6,4N}{N - 12 + N} = 7,2$$

$$9,2N - 110,4 + 6,4N = 14,4N - 86,4$$

$$1,2N = 24 \Rightarrow N = 20$$

$$F = 20 - 12 \Rightarrow F = 8$$

Dessa forma, estavam presentes 28 alunos. E o total M dos matriculados é de:

$$\frac{7}{8}M = 28 \Rightarrow M = 32$$

E a soma dos algarismos vale: 3 + 2 = 5

2. Determinando, inicialmente, todas as possibilidades de se formar bancas com 3 examinadores:

$$C_{20,3} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{6 \cdot 17!} = 1\,140$$

Como o presidente pode ser cada um de seus membros, o total de comissões será dado por: $3 \cdot 1\,140 = 3\,420$

3. Tem-se que:

$$\begin{aligned} 2^{x-1} \cdot 2^{y+7} \cdot 2^{z-6} = 32 &\Leftrightarrow 2^{x-1+y+7+z-6} = 2^5 \\ &\Leftrightarrow 2^{x+y+z} = 2^5 \\ &\Leftrightarrow x + y + z = 5 \end{aligned}$$

O número de soluções naturais da equação é dado por:

$$\begin{aligned} CR_3^5 &= \binom{3 + 5 - 1}{5} \\ &= \binom{7}{5} \\ &= \frac{7!}{5! \cdot 2!} \\ &= 21 \end{aligned}$$

4. Do enunciado:

$$\underbrace{\underline{3}}_{1,\,3,\,5} \quad \underline{4} \quad \underline{3} \quad \underline{2} \quad \underline{1}$$

Pelo princípio multiplicativo, há $3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 72$ números começados por 1 ou por 3 ou por 5.

Números começados por 6:

61 357

61 375

61 537

61 573

⋮

Assim, há 72 + 3 = 75 números menores do que 61 573.

5. Primeiramente, vamos calcular quantos são os números inteiros positivos com três dígitos distintos.

Existem 9 possibilidades para o algarismo das centenas, pois o zero deve ser descartado; 9 escolhas para o algarismo das dezenas e 8 possibilidades para o algarismo das unidades. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, temos $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ números.

Agora, vamos determinar quantos são os números inteiros positivos com três dígitos distintos em que o algarismo 5 não figura.

Temos 8 escolhas para o algarismo das centenas, 8 possibilidades para o algarismo das dezenas e 7 escolhas para o algarismo das unidades. Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, existem $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$ números em que o 5 não figura.

A resposta é 648 – 448 = 200.

6. Considerando que **x** seja a idade do funcionário mais velho e que S seja a soma das idades dos outros funcionários, podemos escrever que:

$$\frac{x + S}{15} - \frac{20 + S}{15} = 3 \Rightarrow x - 20 = 45 \Rightarrow x = 65$$

7. Considerando que o valor limite seja a média dos carros utilizados em cada meia hora, temos:

$$\frac{52 + 47 + 58 + 50 + x}{5} = 50$$

$$207 + x = 5 \cdot 50$$

$$207 + x = 250$$

$$x = 43$$

8. De acordo com as informações do problema e considerando que **x** seja sua primeira nota, temos a seguinte equação:

$$\frac{2 \cdot x + 3 \cdot 9 + 6 \cdot 5}{2 + 3 + 5} = 7,5 \Rightarrow 2x + 27 + 30 = 75 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9$$

Portanto, sua primeira nota foi 9.

9. Do enunciado, temos o seguinte rol para os dados:

x_1, x_2, 5, 8, 8, $x_1 \neq x_2$

Daí:

$$\frac{x_1 + x_2 + 5 + 8 + 8}{5} = 5$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

Como x_1 e x_2 são inteiros positivos, $x_1 \neq x_2$ e $x_2 > x_1$, $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$.

Logo, a diferença entre a maior nota e a menor nota é 8 – 1 = 7.

Note que 7 é um divisor de 14.

10. Do enunciado, tem-se que:

$$\underline{9}\underbrace{\underline{\qquad\qquad}}_{9!}\underline{8}$$

Como os alunos medalhistas do primeiro esquadrão ficarão um ao lado do outro e o mesmo ocorre com os medalhistas do terceiro esquadrão, pelo princípio multiplicativo, segue que o número de fotografias distintas possíveis é:

$9 \cdot 8 \cdot 9! \cdot 3! \cdot 2! = (864) \cdot 9!$

FAB/DSL